

實驗六 電子繞射

相關物理名詞

布拉格反射、Debye-Scherrer 法、晶格面、石墨結構、物質波、德布洛依方程式(de Broglie equation)。

原理

這個著名的實驗以電子為例子，完全的演示了物質的波、粒二元性。

被高壓加速的電子穿過石墨的晶格面時產生了物質波的繞射作用，而繞射圖形打在塗有螢光層的屏幕上。

利用此加速電壓以及繞射環狀圖形的直徑，可以將石墨的晶格間距算出。

這個電子繞射現象的研究令 Louis de Broglie 在 1929 年、George Thomson 與 Clinton Davisson 在 1937 分別贏得了諾貝爾獎。

實驗設備

1	電子繞射管及基座	06721.00
1	高電壓電源供應器，0-10 kV	13670.93
1	連接線，30 kV，500 mm	07366.00
1	直流電源供應器，0..600 V	13672.93
1	游標卡尺，塑膠製	03014.00
1	連接線，750 mm，綠-黃	07362-15
2	連接線，250 mm，綠-黃	07360-15
2	連接線，100 mm，黃	07359-02
2	連接線，750 mm，紅	07362.01
1	連接線，750 mm，黃	07362.02
1	連接線，750 mm，藍	07362.04
2	連接線，750 mm，黑	07362.05

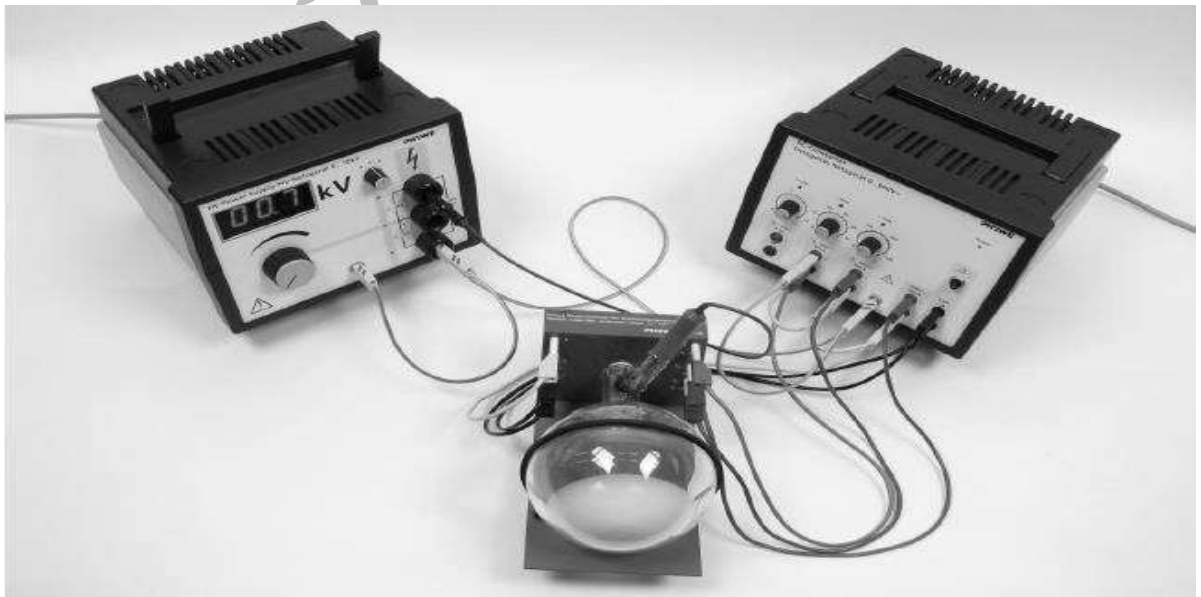


圖 1: 實驗設置圖

目的

1. 改變陽極電壓，量測兩個最小繞射環的直徑。
2. 利用陽極電壓計算電子物質波波長。
3. 利用 1. 與 2. 的物理量，透過布拉格反射公式，計算石墨的晶格間距。

設置與步驟

電子繞射基座與連接線及兩個電源供應器的實驗設置圖如圖 1 與圖 2

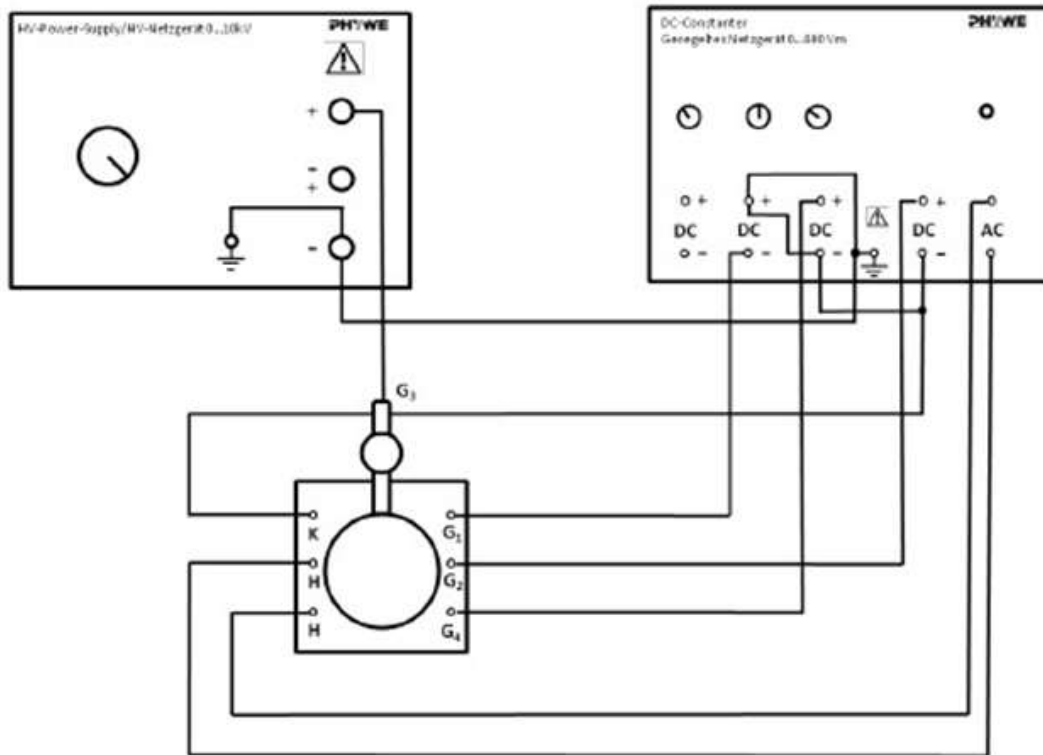


圖 2: 實驗電路設置圖

如右圖分別將 G1、G3、與 G4 接上電壓，則屏幕上便會出現清楚而明亮的電子繞射條紋。讀取高電壓電源供應器顯示窗上的陽極電壓。利用塑膠游標卡尺量測繞射環的內徑與外徑後取平均，即繞射環的直徑。注意：在第二環的背後，會立即有另一個微弱的環出現，量測環的直徑時，要小心判別。

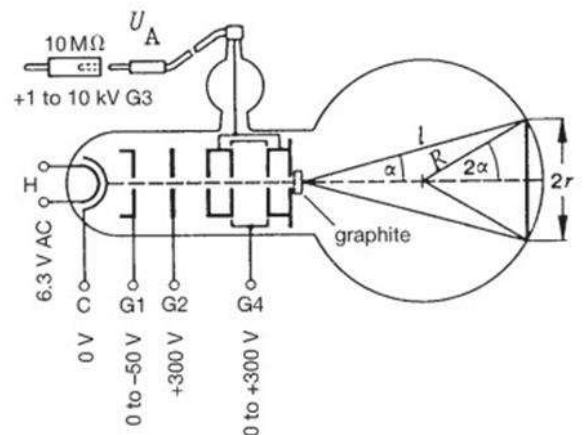


圖 3: 電子繞射管的設置與電壓供應

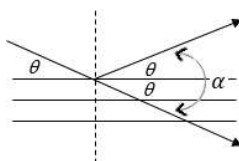


圖 3-1: 入射角 θ 與偏差角 α 應

原理與計算

在 1926 年，德布洛依(De Broglie)在他著名的假說中預測了粒子也會有波的行為。而這個假說，在三年後分別由兩位獨立實驗的科學家都以電子相關的實驗獲得證實：George Thomson 以高速電子束穿擊金屬薄膜、Clinton Davisson 以高速電子束穿擊結晶格，都觀察到了電子的繞射圖案。三位科學家 De Broglie 在 1929 年、Thomson 與 Davisson 在 1937 年都獲得了諾貝爾物理學獎。電子繞射如同 X-光繞射一般，都能用以研究固體的晶格結構。晶體週期性的結構便如同繞射格線一般，使入射電子以一種可預測的方式來散射電子。因此，電子束入射結晶物質所產生的繞射圖案便內含了此晶體結構的資訊。和 X-光不同的，電子是帶電的粒子，所以當它穿越晶體時，電子與晶體內原子、分子互相作用的庫倫力也被隱含到繞射圖案的資訊中。

為了解釋這個實驗的干涉現象，具動量的電子產生的物質波波長，以德布洛依(De Broglie)方程式得出：

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

其中 $h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，即普朗克常數。

而動量與由電子的加速電壓 U_A 算出：

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = e \cdot U_A \quad (2)$$

則波長為：

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}} \quad (3)$$

$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ (電子電量)

$m = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (電子的靜止質量)

即使電子以加速電壓 U_A 加速，其相對質量僅有 0.5% 的誤差。當電子束撞擊到鍍製在銅製光柵上的多晶石墨薄膜時，會依布拉格反射條件產生反射：

$$2d \sin \theta = n \cdot \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

d 是石墨的碳原子面層之間的距離，而 θ 為布拉格角(入射電子束與晶格面之間的夾角，與光學入射角不同)。多晶石墨不同面層彼此間的鍵結是破碎的，所以沒有一定方向的晶格面。因此，電子束散射後被以一個椎形角被散開而在螢光屏上形成了環狀的干涉圖形。布拉格角 θ 可由干涉環的半徑算出，但必須注意的是；如圖 3-1，偏差角 α 是 θ 的 2 倍：

$$\alpha = 2\theta.$$

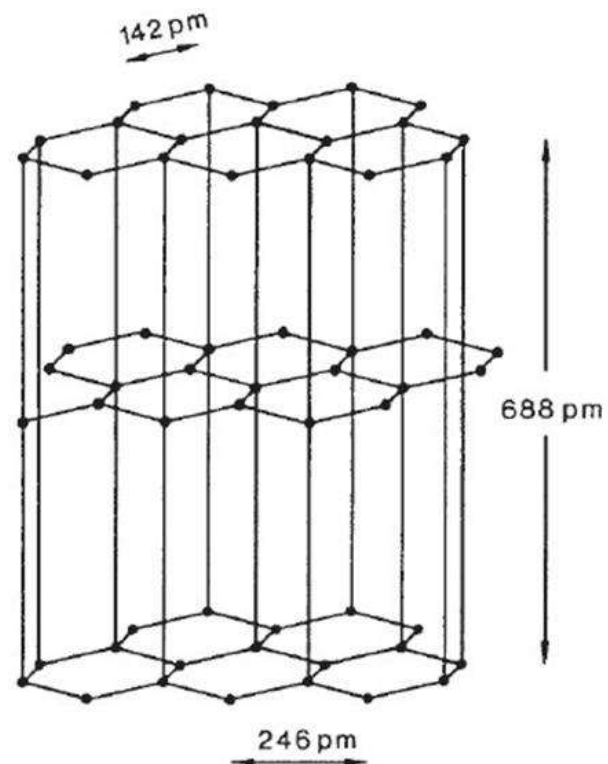


圖 4: 石墨的晶格結構

由圖 3 可知：

$$\sin 2\alpha = \frac{r}{R} \quad (5)$$

$R = 65\text{mm}$ ，為繞射管球的半徑

由於 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

所以當入射角小時 ($\cos 10^\circ = 0.985$)，則

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \quad (6)$$

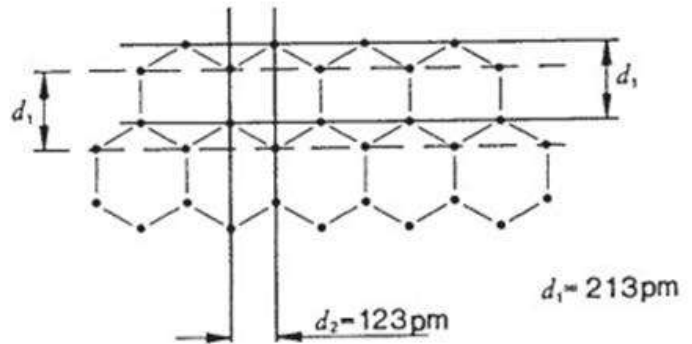


圖 5 石墨晶格面層形成的前兩個干涉環

$$n\lambda = 2d\sin\theta = d\sin 2\theta = d\sin\alpha = \frac{1}{2}d\sin 2\alpha = \frac{dr}{2R} \quad (6a)$$

依此近似，得到：

$$r = \frac{2R}{d} \cdot n \cdot \lambda \quad (7)$$

最內層兩個干涉環的發生是由於兩個晶格間距 d_1 和 d_2 (如圖 5 所示)，在 $n = 1$ 的條件下所產生 (如式子 7)。

波長可由式子(3)藉由陽極加速電壓算出如下：

$\frac{U_A}{kV}$	$\frac{\lambda}{pm}$
4.00	19.4
4.50	18.3
5.00	17.3
5.50	16.5
6.50	15.2
7.00	14.7
7.40	14.3

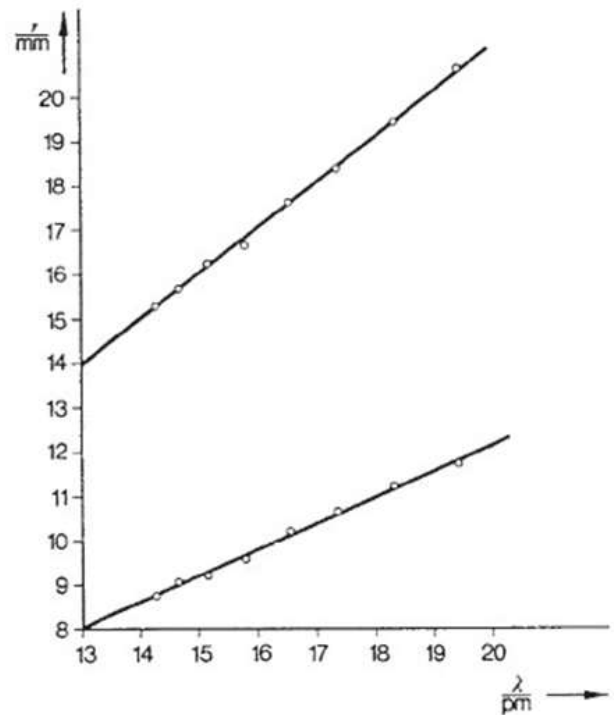


圖 6: 前兩干涉環半徑與電子波長的關係圖

利用線性去做擬合

$$Y = AX + B$$

則圖 6 中的兩個斜率分別可得

$$A_1 = 0.62 (2) \cdot 10^9$$

$$A_2 = 1.03 (2) \cdot 10^9$$

則晶格間距為：

$$d_1 = 211 \text{ pm}$$

$$d_2 = 126 \text{ pm}$$

對應於式子(7)，即：

$$\frac{r_1}{\lambda} = A_1 = \frac{2R}{d_1} \quad \text{與} \quad d_1 = \frac{2R}{A_1}$$

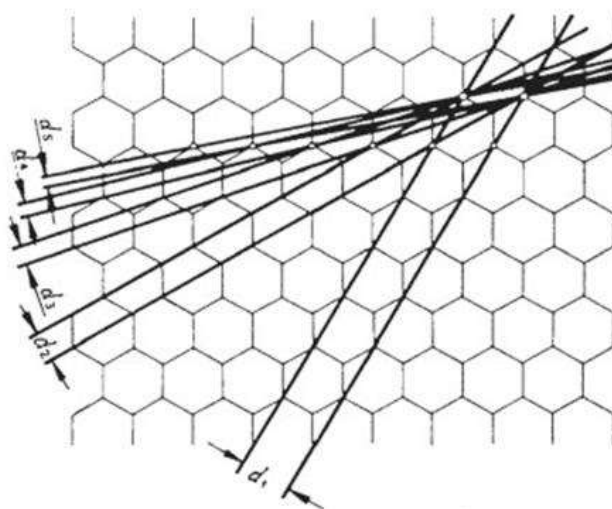


圖 7 石墨的晶格面層

$d_1 = 213 \text{ pm}; d_2 = 123 \text{ pm}; d_3 = 80.5 \text{ pm};$

$d_4 = 59.1 \text{ pm}; d_5 = 46.5 \text{ pm}.$

注意

- 較高繞射階數干涉環的強度會比第一繞射階數干涉環的強度要弱得很多。因此，舉例而言， d_1 的第二繞射階數便會難以定義，而第四繞射階數的干涉環甚至觀察不到。但 d_1 的第三干涉環反而容易觀察，因為石墨通常會有兩層以 $d/3$ 的間距疊在一起。如下表，第六個干涉環，是 d_4 的第一環和 d_2 的第二環重疊。

以 $UA=7\text{kV}$ 的加速電壓條件下，依(7)式算出的干涉環半徑(mm)表：

	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
d_1	8.9	17.7	26.1	34.1
d_2	15.4	29.9		
d_3	23.2			
d_4	31.0			
d_5	38.5			

- 較高繞射階數干涉環的可視程度會與實驗室燈光強度以及加諸於 G1 和 G4 的電壓有關。
- 在螢光屏正中心的干涉亮點會損壞繞射球內的螢光層，為了避免或減低此類傷害，請盡可能的快速量測每次實驗數據。